Travaux Dirigés N°3

Intégration par changement de variable

El Methni M & Rachdi M

Exercice I :

Trouver les primitives suivantes :

a) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}}dx$ **b)** $\int \frac{1}{\sqrt{4-(x+2)^2}}dx$ **c)** $\int \frac{1}{4x^2+9}dx$

d) $\int \frac{1}{9-x^2}dx$ **e)** $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx$ **f)** $\int \frac{1}{\sqrt{4x^2+9}}dx$

g) $\int \frac{x}{\sqrt{1+3x^2}}dx$ **h)** $\int \frac{\arctan x}{1+x^2}dx$ **i)** $\int x^2\sqrt{1+x^3}dx$

Exercice II :

1) Montrer que le changement de variable $t=a+b-x$ permute les bornes a et b dans une intégrale

2) <u>Application</u> : Calculer $\int_0^{\pi/4} \ln(1+\tan x)dx$

Exercice III :

On se propose de calculer l'intégrale : $I=\int_0^{3\pi/4}\frac{1}{1+\sin^2 x}dx$ en effectuant l changement de variable $t=\tan x$.

1) Montrer que $dx=\frac{dt}{1+t^2}$ et que $\sin^2 x=\frac{t^2}{1+t^2}$.

2) Montrer que ce changement de variable transforme I en $I=\int_0^{-1}\frac{1}{1+2t^2}dx$

3) Expliquer pourquoi il est inutile de continuer le calcul en exhibant l'erreur.

Exercice IV :

A tout couple (a,b) de réels strictement positifs, on associe $I_{(a,b)}=\int_0^1(1-x)^a x^b dx$

Montrer, grâce à un changement de variable que : $I_{(a,b)}=I_{(b,a)}$