

Exercice I :

Effectuer la division euclidienne de $p(x)$ par $q(x)$ dans les cas suivants :

a) $p(x)=x^4-x^3-x^2+4x-5$ $q(x)=x^2+x-2$

b) $p(x)=x^5+8x^3+12x$ $q(x)=x^2+6$

Exercice II :

Décomposer en éléments simples les fonctions rationnelles suivantes :

a) $f(x)=\frac{x-2}{(2x-3)^2}$ b) $f(x)=\frac{x^2+x-4}{x^2(x+4)}$ c) $f(x)=\frac{4x^3}{(x^2-1)^2}$ d) $f(x)=\frac{2}{(1+x)(1+x^2)}$

Exercice III :

Calculer les primitives suivantes :

a) $\int \frac{x-2}{(2x-3)^2} dx$ b) $\int \frac{x^2+x-4}{x^2(x+4)} dx$ c) $\int \frac{4x^3}{(x^2-1)^2} dx$ d) $\int \frac{2}{(1+x)(1+x^2)} dx$

Exercice IV :

Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

1) Calculer $\int_0^x \frac{2}{(1+t)(1+t^2)} dt$

2) Calculer $F(x) = \int_0^x \frac{2 \arctan t}{(1+t)^2} dt$ en se ramenant à la question précédente par une intégration par parties.

3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$

EXERCICE V :

1) Trouver trois réels a , b et c tels que : $\frac{2t}{(1+t)(1+t^2)} = \frac{a}{(1+t)} + \frac{bt+c}{(1+t^2)}$

2) Calculer : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\sin x+\cos x} dx$

Exercice VI :

Calculer :

a) $\int \frac{\operatorname{ch}^3 x}{\operatorname{sh} x} dx$ b) $\int \frac{1}{\sin x + \sin 2x} dx$ c) $\int \frac{1}{5+4 \sin x} dx$ d) $\int_1^2 \frac{1}{2+\sqrt{x(4-x)}} dx$

Exercice VII :

Calculer :

a) $\int \frac{1}{\sqrt{1+x} \sqrt[3]{1+x}} dx$ en posant $t = \sqrt[6]{1+x}$

b) $\int \frac{1}{x\sqrt{4-x^2}} dx$ en posant $x = 2 \sin t$

c) $\int \frac{\sqrt{\cos x}}{\sin x} dx$ en posant $t = \sqrt{\cos x}$