Université Pierre Mendès France
U.F.R. Sciences de l'Homme et de la Société
Master IC^{2}A DCISS – AST

T.D. Algorithmique n° 9

Exercice 1 : Matrice symétrique

Écrire une fonction qui détermine si une matrice carrée d'ordre N est symétrique, c'est-à-dire que chaque ligne de la matrice est égale à la colonne de même indice :

$$\forall\, i \in [1,N],\ \forall\, j \in [1,N],\ M[i][j] = M[j][i]$$

EstSymétrique : fonction (**M** : Matrice ; **N** : entier > 0) $\longrightarrow$ booléen
{EstSymétrique(M,N) désigne vrai si la matrice M d'ordre N est symétrique }

Dans le lexique partagé, le type matrice est définit comme suit :

Matrice **: type tableau sur [1..NMax] de tableaux sur [1..NMax] de réels**

Exercice 2 : Carré magique

Un carré magique de taille N est un arrangement en carré des nombres 1,2, ..., N^2 tel que si l'on effectue la somme des éléments d'une ligne, d'une colone ou de l'une des deux diagonales, on obtienne toujours la même valeur. Le dessin suivant représente un carré magique de taille 5 :

15	8	1	24	17
16	14	7	5	23
22	20	13	6	4
3	21	19	12	10
9	2	25	18	11

Un carré magique peut être représenté par un tableau **Cmag** à deux dimensions :

Cmag : un tableau sur 1...N de tableaux sur 1...N d'entiers entre 1 et N^2

1) Formuler, par rapport à N, la valeur constante des sommes des lignes, colonnes et diagonales.

2) Ecrire une fonction qui détermine si un carré est magique (résultat booléen).

3) Ecrire une action qui construit un carré magique de taille **N**, N **impair**, en plaçant les valeurs 1, 2, ..., N^2 suivant le principe suivant : on place la valeur 1 au milieu de la ligne 1, puis on continue en montant en diagonale vers la gauche ; si ceci conduit à déborder en haut ou à gauche, le nombre est placé dans la dernière ligne ou la dernière colonne. Par exemple, 2 est placé dans la dernière ligne, et 23 est placé dans la dernière colonne. Si on atteint une case déjà remplie, le nombre est placé en dessous du nombre précédent ; cette dernière situation se produit chaque fois que l'on vient de placer un multiple de N. Par exemple, 6 est placé sous 5 et 11 est placé sous 10.

Exercice 3 : Suppression des éléments redondants

On considère une séquence d'entiers s de longueur L représentée dans un tableau T d'entiers défini sur l'intervalle [1…Lmax], $0 \le L \le Lmax$. On supposera dans les questions ci-dessous que le tableau considéré contient déjà la séquence, sa saisie dans le tableau n'est donc pas à faire.
On veut écrire un algorithme qui remplace dans T la suite s par la suite s' de longueur L' (avec $L' \le L$), déduite de s en supprimant tous les éléments redondants. Un élément de s est redondant s'il est égal à un autre élément de s. L'algorithme ne doit pas utiliser de tableau intermédiaire pour créer s'. L'ordre des éléments reste celui de la séquence de départ.

- Etudier tout d'abord le problème en supposant que T peut ne pas être trié en ordre croissant.

Exemple : si s = [15, 4, 19, 4, 8, 11, 11, 3, 4, 19] et n = 10 alors s' = [15, 4, 19, 8, 11, 3] et L = 6

- Modifier l'analyse du problème dans l'hypothèse où T est trié en ordre croissant.

Exemple : si s = [3, 4, 4, 8, 11, 11, 15, 19, 19] et n = 10, alors s' = [3, 4, 8, 11, 15, 19] et n = 6.